

SPRAWOZDANIE 5

Modelowanie Systemów Dynamicznych

Temat ćwiczenia: Modelowanie urządzenia hamującego lądujący samolot

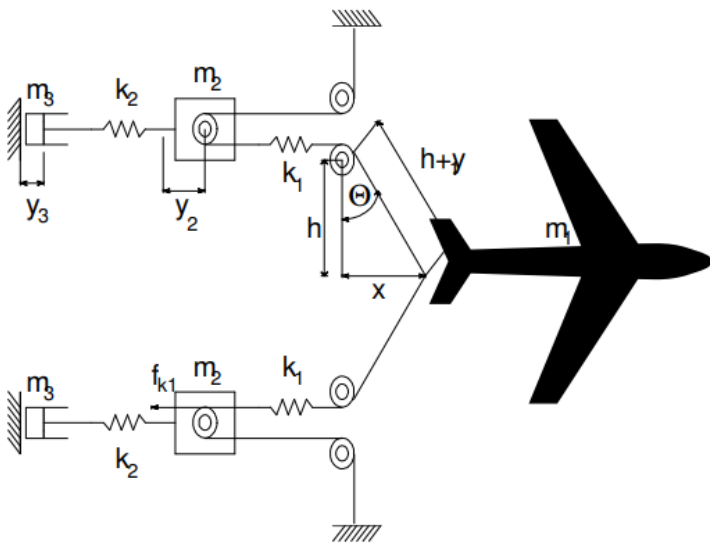
Michał Midor, gr. 5 - Środa 13.15

Cel ćwiczenia:

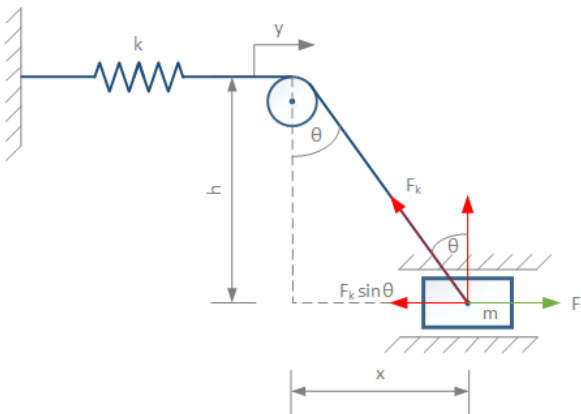
Celem ćwiczenia jest zaimplementowanie modelu urządzenia hamującego samolot lądujący na lotniskowcu w środowisku SIMULINK, korzystając z opracowanego modelu matematycznego. Poznane zostaną m. in. bloki funkcyjne umożliwiające implementację funkcji w postaci tabeli punktów i odpowiadających im wartości.

Rozwiązanie zadań:

Wykonanie zadania rozpoczyna się od poznania modelu hamownika.



By uprościć obliczenia, można zauważyć, że hamownik składa się z dwóch symetrycznych elementów, zatem analizować można tylko jeden, a potem otrzymane wyniki podwoić. Dekompozycja na prostsze fragmenty wygląda następująco.



Ukazana masa może przemieszczać się jedynie w kierunku poziomym. Jest połączona ze sprężyną za pomocą cięgna przechodzącego przez błocek. Rozłożenie siły pochodzącej od ścięgna działającej na błocek pozwala zapisać równanie równowagi sił:

$$m\ddot{x} = -F_k \sin \theta,$$

gdzie siła sprężyny co do wartości równa jest:

$$F_k = ky$$

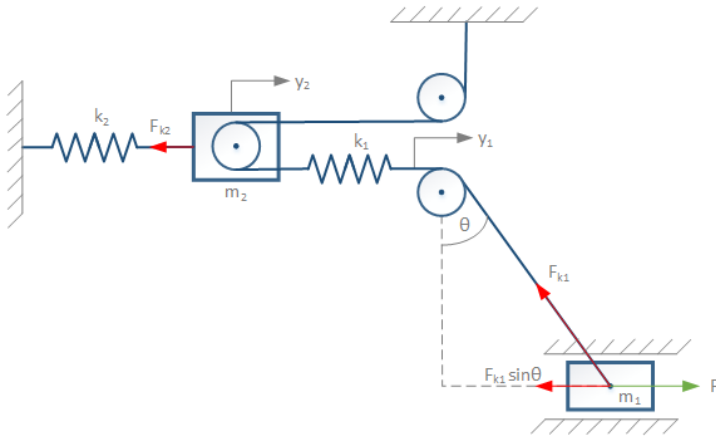
Wyznaczając przemieszczenie y z zależności w powyższym trójkącie:

$$y_1 = \sqrt{h^2 + x^2} - h,$$

Jesteśmy w stanie podać wzór na równanie ruchu:

$$m\ddot{x} = -k(\sqrt{h^2 + x^2} - h) \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}}.$$

Następnym krokiem jest rozszerzenie modelu o błocek przesuwany, pamiętając iż teraz sprężyna będzie musiała działać dwukrotnie większą siłą. Istotne jest również zauważenie, że w przypadku braku naciągu sprężyny, siła od niej pochodząca wyniesie zero.



Równanie na siłę sprężyny:

$$F_{k1} = \begin{cases} k_1(y_1 - 2y_2), & y_1 \geq 2y_2 \\ 0, & y_1 < 2y_2 \end{cases}.$$

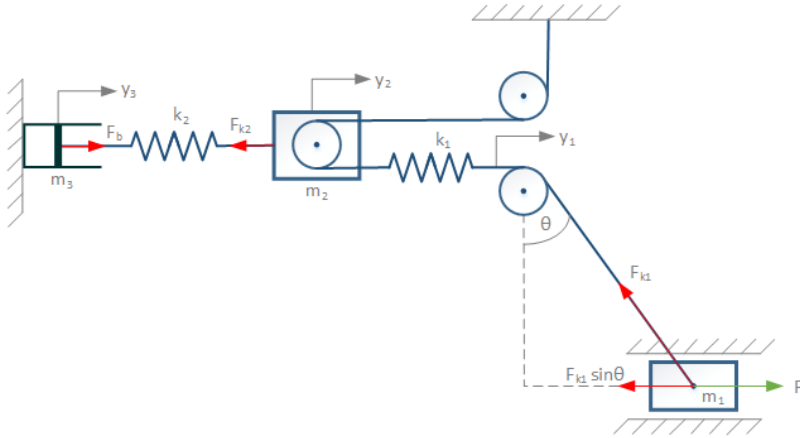
Dla takeigo modelu równanie ruchu wygląda następująco:

$$m_1\ddot{x} = -k_1(y_1 - 2y_2) \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}}$$

Ponieważ błocek m_2 też jest masą, zapisujemy dla niego równanie sił:

$$m_2\ddot{y}_2 = -k_2y_2 + 2F_{k1}.$$

Osatnim elementem dodanym do modelu jest tłumik olejowy/wodny, dzięki któremu możliwe jest otrzymanie przyspieszenia niezagrażającego życiu pilota. Poniższy rysunek przedstawia pełen model.



Ostateczne wzory użyte w symulacji wypisane są poniżej.

- siły działające na masę m_1 :

$$m_1 \ddot{x} = -F_{k1} \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}}$$

- siły działające na masę m_2 :

$$m_2 \ddot{y}_2 = 2F_{k1} - F_{k2}$$

- siły działające na sprężynę k_1 :

$$F_{k1} = \begin{cases} k_1(y_1 - 2y_2), & y_1 \geq 2y_2 \\ 0, & y_1 < 2y_2 \end{cases}$$

- siły działające na sprężynę k_2 :

$$F_{k2} = \begin{cases} k_2(y_2 - y_3), & y_2 \geq y_3 \\ 0, & y_2 < y_3 \end{cases}$$

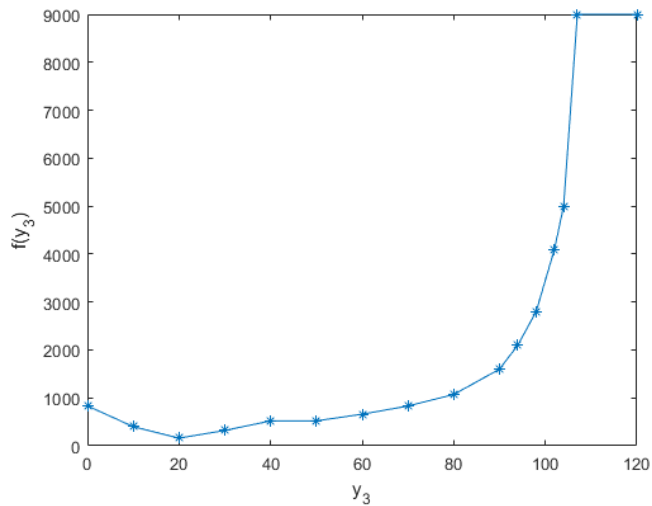
- równanie opisujące tłumik dynamiczny (olejowy/wodny):

$$m_3 \ddot{y}_3 = F_{k2} - F_b,$$

gdzie siła F_b jest równa:

$$F_b = f(y_3) \dot{y}_3^2.$$

Funkcja $f(y_3)$ wyznaczona została doświadczalnie a jej charakterystykę przedstawia poniższa tabela:

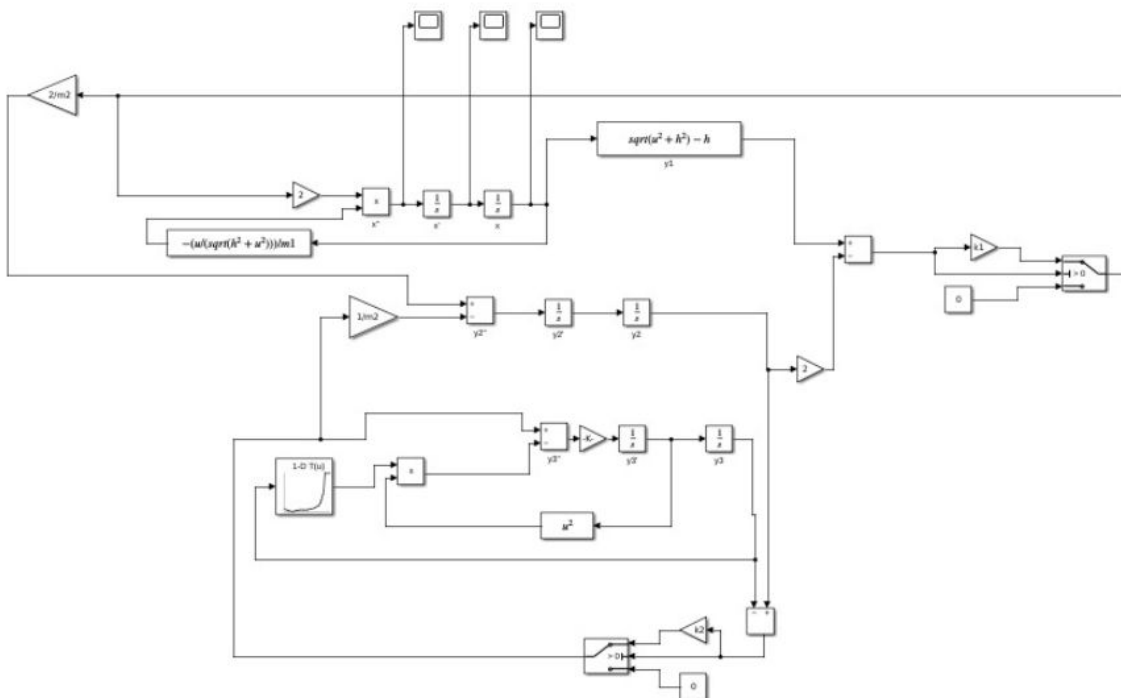


Taki model matematyczny umożliwia realizację symulacji w MATLAB oraz SIMULINK.

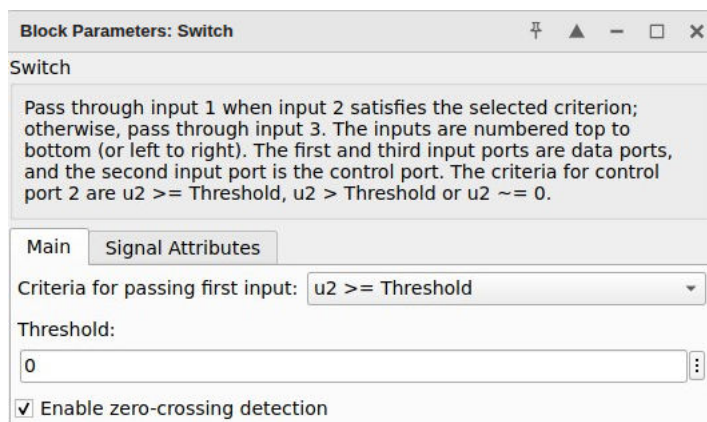
Potrzebna jest deklaracja stałych (w jednostkach SI), które następnie SIMULINK użyje do obliczeń i symulacji.

```
clear;
m1 = 14000; %kg
m2 = 450.28; %kg
m3 = 200; %kg
k1 = 54700; %N/m
k2 = 303600; %N/m
h = 42; %m
```

Model stworzony w SIMULINK przedstawiony jest poniżej:



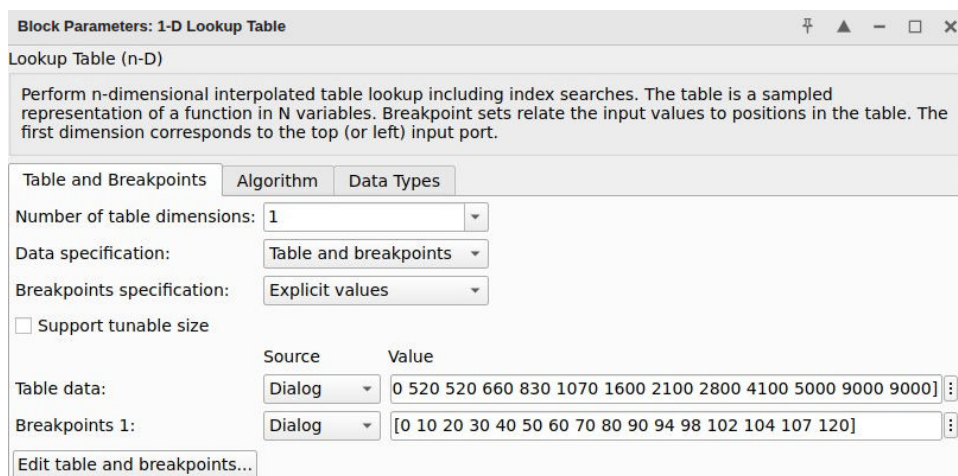
Do implementacji funkcji symulujących siłę sprężyny użyte są bloki 'switch', z ustawieniami:



W momencie kiedy wartości $y_1 - 2y_2$ wyniesie przynajmniej zero, to sygnał wyjściowy będzie górnym wzorem funkcji na siłę sprężyny, w przeciwnym razie na wyjście podane zostanie zero.

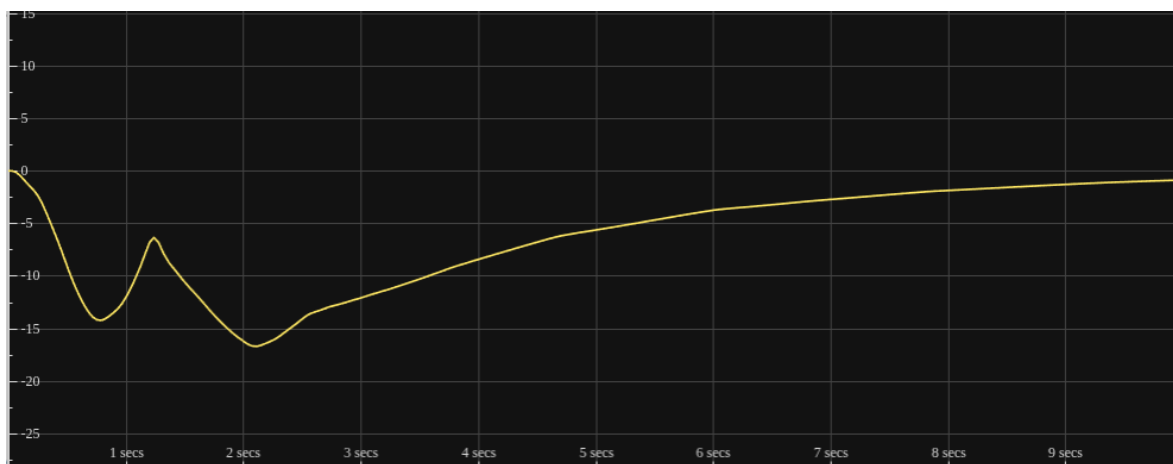
Potęgowanie oraz bardziej złożone funkcje (np. na y) są wykonane za pomocą bloczku 'fcn', gdzie wpisana jest funkcja podnosząca wejście do potęgi drugiej albo wzór na y . Iloczyn zaś używa bloczku 'product'.

Do implementacji funkcji F_b wykorzystany jest bloczek '1-D Lookup Table', z następującymi ustawieniami:

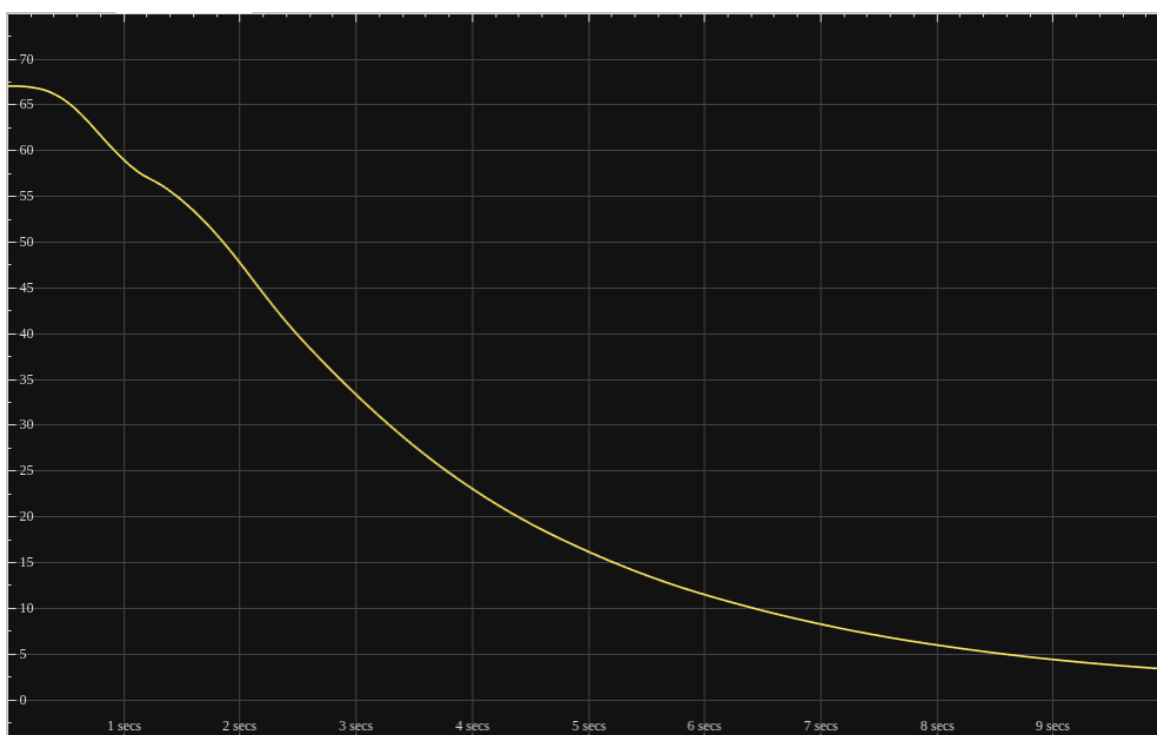


Po ustawieniu odpowiednich warunków początkowych w integratorach (prędkości równej 67 km/s w drugim integratorze równania ruchu dla pierwszej masy), uruchomieniu symulacji oraz ustawieniu podglądu na przyspieszenie, prędkość i pozycję samolotu za pomocą bloczków 'scope', SIMULNIK prezentuje poniższe wykresy.

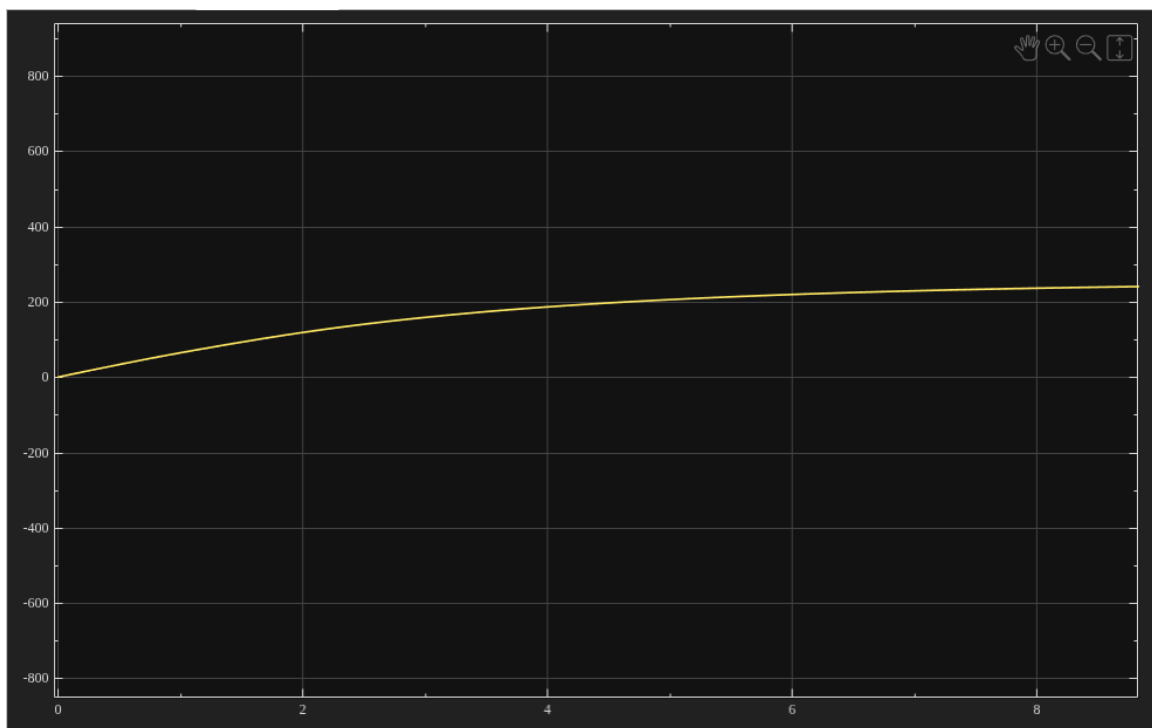
Przyspieszenie:



Prędkość:



Przemieszczenie:



Analiza wykresów pokazuje jak szybko zatrzymuje się samolot - jest to zaledwie około 250 metrów. Maksymalne opóźnienie zbliża się do 20 m/s^2 , czyli niecałych $2g$, co jest zupełnie niegroźne dla pilota. Widoczne na wykresie przyspieszenia skoki spowodowane są charakterystyką tłumika dynamicznego.